탄점소성 구성모델을 활용한 폴리우레탄 폼의 밀도 및 변형률 속도 의존 변형률 경화-연화 연성 재료 거동 규명

김태림^{1,2,3} · 이치승^{4,5,6,*}

¹부산대학교 재료공학부
²부산대학교 대학원 의공학전공
³부산대학교 대학산학연연구단지조성사업단
⁴부산대학교 의과대학 융합의학교실
⁵부산대학교 의과대학 의공학교실
⁶부산대학교병원 의생명연구원

Investigation of Density- and Strain Rate-dependent Strain Hardening-softening-coupled material Behavior of Polyurethane Foams using Elasto-viscoplastic Constitutive Model

Tae-Rim Kim^{1,2,3} and Chi-Seung Lee^{4,5,6,*}

¹School of Materials Science and Engineering, Pusan National University, Busan 46241, Republic of Korea
²Department of Biomedical Engineering, Graduate School, Pusan National University, Busan 49241, Republic of Korea
³University Research Park, Pusan National University, Busan 49241, Republic of Korea
⁴Department of Convergence Medicine, School of Medicine, Pusan National University, Busan 49241, Republic of Korea
⁵Department of Biomedical Engineering, School of Medicine, Pusan National University, Busan 49241, Republic of Korea
⁶Biomedical Research Institute, Pusan National University Hospital, Busan 49241, Republic of Korea

Abstract: Polyurethane foam (PUF) is one of the most well-known cellular materials and is widely employed in various industrial and biomedical fields thanks to its many advantages. These include mechanical and material characteristics such as low density and thermal conductivity, and high specific elastic modulus and strength. Despite of these advantages, the PUF has extremely complex material nonlinearity, with changes in density and strain rate, which is a major obstacle to material design and the application of PUF-based structures. PUF has elasto-viscoplastic behavior including three stages of material features, linear elasticity, softening/plateau with stress drop and densification. These phenomena depend strongly on strain rate and density. Therefore, in this study, a phenomenological constitutive model, namely, an elasto-viscoplastic model, was proposed to describe the density- and strain rate-dependent material nonlinear behavior of PUF. The yield surface-independent plastic multiplier, and the hardening- and softening-associated internal state variables proposed by Frank and Brockman, and Zairi et al. were adopted in the constitutive model, respectively. The proposed constitutive model was discretized using the implicit time integration algorithm and was implemented into a user-defined subroutine of the commercial finite element analysis program, ABAQUS. At the same time, a deterministic identification method for material parameters of the constitutive model was introduced to predict the precise material response of PUF under arbitrary densities and strain rates. To do this, the three-dimensional constitutive model was contracted to a one-dimensional equation, and the explicit equation for each material parameter was derived. Then, the strain hardening- and softening-dependent material parameters were calculated using experimental results, such as the work hardening rate-stress curve and the yield stress-strain rate curve. After analyzing the obtained material parameters, it was found that the material parameters were strongly dependent on the density and the strain rate. Consequently,

- 이치승: 교수, 김태림: 연구원

*Corresponding Author: Chi-Seung Lee

[Tel: +82-51-240-6867, E-mail: victorich@pusan.ac.kr]

Copyright © The Korean Institute of Metals and Materials

the macroscopic material response of PUF, such as a uniaxial compressive stress-strain curve, can be predicted based on the proposed method in this study.

(Received January 29, 2020; Accepted March 24, 2020)

Keywords: Polyurethane foam; Infinitesimal strain-based elasto-viscoplastic constitutive model, Deterministic identification method of material parameters; ABAQUS user-defined subroutine UMAT

1. 서 론

Polyurethane foam (PUF)은 낮은 밀도 및 열전도도, 높은 비강도 및 비강성 등의 특성을 나타내며, 제조 공정이 복잡하지 않아 산업 전반에 널리 이용되고 있다 [1,2]. 특히 생체적합성이 우수하여 의료 산업에서도 널리 활용되고 있다 [3].

일반적으로, PUF는 항복 응력 이후에 변형률 경화 (strain hardening)와 연화 (softening)가 연성되는 복잡한 탄점소성 거동 (elasto-viscoplastic behavior)을 보이는데, 이러한 현상은 밀도, 변형률 속도 등에 크게 의존한다. 따라서, 이들 요소에 따른 재료 비선형 거동을 정량적으로 분석하고 예측하는 연구가 반드시 수행되어야 한다.

지금까지 진행된 재료 비선형 현상의 역학적 및 수학적 해석 연구는 거시역학적 방법 (macro-mechanical method)과 [4,5] 미시역학적 방법 (micro-mechanical method)으로 나눌 수 있다 [6,7]. 미시역학적 방법은 복합재료나 생체재료와 같이 계층성 (hierarchical), 비균질성 (heterogeneous) 및 이방성 (anisotropic) 특징을 가지는 재료의 거동을 미시 단위까지 분석할 수 있다는 장점이 있으나, 분자동역학 모델과 같은 수리 모델 구축이 쉽지 않고, 모델의 검증을 위한 고가의 실험 장비가 필요하며, 시뮬레이션에 많은 시간 및 비용이 소요된다 [8].

이에 반해, 거시역학적 방법은 금속재료뿐만 아니라 복합재료, 생체재료 등 모든 재료에 일관된 역학 이론을 적용하여 [9], 변형률 속도, 온도, 밀도 등 재료 내/외부 환경에 따라 변화하는 이들 재료의 비선형 거동을 현상학적 모델 (또는 구성모델 (constitutive model))을 통해 정교하게 모사 가능하다. 뿐만 아니라, 구성모델 내의 재료정수를 간단한 실험 결과로부터 획득할 수 있으며, 재료정수의 변화를 통해 재료의 변형률 경화 및 연화를 포함한 탄점소성 (elasto-viscoplastic), 점탄성 (hyperelastic), 초탄성 (hyperelastic) 등의 재료 특성을 효과적으로 표현할 수 있다 [10]. 이러한 이유로, 현재까지도 많은 연구자들에 의해 거시역학적 방법이 널리 채택되고 있으며, 기존 재료는 물론 새롭게 만들어지는 재료에 대한 구성모델이 꾸준히 개발되고 있다.

PUF의 구성모델은 지난 수십년 간 다양한 연구자들에 의해 제안되었는데, 특히, Bodner 와 Partom은 탄성과 비탄성 (inelastic) 구간이 명확하게 나타나지 않는 재료 비선형 거동을 항복함수 (yield function)가 아닌 소성에너지 (plastic work)를 사용하여 기술하였다 [11]. 이후, Frank와 Brockman은 Bodner-Partom (BP) 모델을 유리질 고분자 (glassy polymer)에 적용하기 위해 수정하였으며 (Frank-Brockman 모델 또는 FB 모델) [12], Zairi 등은 유리질 고분자뿐만 아니라 PMMA (poly methyl methacrylate), PET (polyethylene terephthalate), 고무 첨가 고분자 (rubber-modified polymer) 등 다양한 복합재료에서 나타나는 변형률 경화-연화 연성 현상을 모사하기 위해 FB 모델 내의 경화항을 경화항과 연화항으로 분리하고, 각각의 항에 대한 수리 모델을 제시하였다 (Frank-Brockman-Zairi 모델 또는 FBZ 모델) [13,14].

한편, Zairi 등은 비선형 미분 방정식 (differential equation) 형태인 FBZ 모델에 양해법 (Explicit method) 기반 수치적분법 (integration scheme)을 적용함으로써 고분자 재료의 인장 및 압축 거동을 수치적으로 모사하였다 [10,13,14]. 이들의 수치해석 모델은 FBZ 모델의 전산 적용이 가능함을 보여주는 훌륭한 사례이나, 해당 모델을 유한요소해석 프로그램에 직접 적용하지 않은 점, 음해법의 한계인 시간 증분 (Time increment)의 간격을 반드시 해석 초기에 고정해야 하는 점, 시간 증분이 클 경우 큰 에러가 발생하는 점 등의 문제점이 있다. 이를 극복하기 위해 Lee 등은 FBZ 모델을 음해법 (Implicit) 기반 응력 업데이트 알고리즘 (stress update algorithm)의 일종인 Algorithmic Tangent Stiffness (ATS) 방법을 적용한 수리 모델을 제시하였으며, 이를 상용 유한요소해석 프로그램의 사용자 정의 서브루틴 (ABAQUS user-defined subroutine UMAT)으로 제안하였다 [15]. 또한, Kim 등은 상기의 서브루틴을 통해 다양한 온도와 변형률 속도 하에서 압축하중을 받는 PUF의 재료 비선형 거동을 평가 및 예측하였고, 임의의 온도와 변형률 속도에서 PUF의 응력-변형률 거동 예측을 위해 구성모델 내 재료정수 (material parameters)에 대한 다중회귀방정식을 제안하였다 [16].

구성모델을 통한 재료 비선형 현상의 정교한 예측을 위

해서는 정확한 재료정수를 구해야 하는 난점이 있다. 구성 모델 개발과 함께 정확한 재료정수를 결정하는 방법에 관한 연구가 여러 연구자들에 의해 수행되었다. 특히, Chan 등은 가공경화속도 (work hardening rate)와 일축응력 (uniaxial stress) 간 관계를 통해 변형률 속도에 의존하는 재료정수를 결정하는 방법 (결정론적 방법, Deterministic approach)을 제안하였다 [17]. Zairi 등은 FBZ 모델의 재료정수들을 도출하는 방법에 Chan 등이 제안한 방법을 도입하였으며, 결정된 재료정수들을 통해 임의의 변형률 속도에서의 고분자 재료의 응력-변형률 비선형 거동을 정교하게 예측할 수 있음을 보였다 [10]. 한편, Pyrz 등은 유전자 알고리즘을 통해 FBZ 모델 내 재료정수의 상계치 및 하계치 경계조건 안에서 최적의 재료정수를 탐색하는 방법인 점진적 방법 (evolutionary approach)을 제안하였으며, 그 결과를 결정론적 방법의 결과와 비교함으로써 제안 기법의 적합성과 유용성을 검증하였다 [18].

상기와 같은 여러 연구자들의 노력에도 불구하고, 지금까지 PUF 등과 같은 다공성 복합재료에 전술한 기법을 적용한 연구는 극히 찾아보기 힘들다. 지금까지 연구된 PUF의 구성모델 관련 연구는 주로 탄성 및 비탄성 재료 거동을 모사하기 위한 연속체역학 기반 구성모델 개발에만 집중되어 있으며, 구성모델의 재료정수 결정 기법에 관한 연구는 보고된 바 없다. 따라서 본 연구에서는, FBZ 모델의 음해법 기반 응력 업데이트 알고리즘 및 이의 ABAQUS UMAT을 통해 다양한 밀도 ($35\sim 200\text{ kg/m}^3$) 및 변형률 속도 ($0.03\sim 0.28/\text{s}$) 하에서 일축 압축하중을 받는 PUF의 재료 비선형 거동을 수치해석적으로 모사하였다. 특히, FBZ 모델 내 일곱 개의 주요 재료정수를 결정하기 위해 결정론적 방법을 채택하였다. 본 연구에서 제안한 기법을 검증하기 위해 시뮬레이션 결과를 Marsavina와 Constantinescu에 의해 수행된 PUF 실험 결과 [19]와 비교하였으며, 시뮬레이션 결과가 실험 결과를 잘 예측함을 확인하였다.

2. 실험 및 이론

2.1 PUF의 미세구조 및 일축 압축하중 하에서의 재료 비선형 거동

PUF는 대표적인 열경화성 다공성 고분자재료로서 [20], 재료 내부의 무수히 많은 열린 셀 (open cell) 혹은 닫힌 셀 (closed cell)들이 복잡하게 연결되어 있는 셀 구조 (cellular structure)를 이루고 있다 [21]. PUF는 발포제 종류, 발포 방향, 내부 기공의 크기 및 형태 등에 따라 다양한 재료 특성을 가질 수 있으며, 특히, 내부 기공은 PUF의 밀도를 결정짓는 가장 주요한 인자로 알려져 있다.

전술한 바와 같이, Marsavina와 Constantinescu는 35 kg/m^3 , 93 kg/m^3 , 200 kg/m^3 의 밀도를 가지는 PUF를 발포방향 (지면에서 수직인 방향) 및 발포수직방향 (지면과 평행한 방향)으로 시편을 추출한 후 다양한 변형률 속도에서 일축 압축시험을 수행하였다 [19]. 본 연구에서는 이 가운데 발포방향 시편에 대한 상온 (23°C) 실험 결과를 활용한다. 여기서, PUF 시편의 밀도는 각각 35 kg/m^3 , 93 kg/m^3 , 200 kg/m^3 이므로 각 시편을 편의상 PUF35, PUF93, PUF200이라 한다. 변형률 속도는 준 정적 (quasi-static) 변형률 속도 범위에 있는 $0.03\sim 0.28/\text{s}$ 으로 한정한다 [16].

그림 1은 세 가지 종류의 PUF 시편의 절단면을 주사전자 현미경을 통해 관찰한 결과를 나타내고 있다. 그림에 보인 바와 같이, 재료의 밀도가 높아질수록 내부 기공의 크기가 작아지며, 셀 벽 (cell wall) 간 간격이 줄어드는 것을 확인할 수 있다. 반면 셀 벽의 두께는 밀도에 영향을 받지 않아 각 PUF의 셀 벽 두께의 평균이 비슷하였다. 따라서, 동일한 부피를 가지는 셀 구조에서, 밀도가 높은 PUF일수록 더 많은 셀 벽을 가지므로 더 큰 하중을 지탱할 수 있으며, 재료의 내부 응력도 더 크게 받을 것임을 예상할 수 있다.

Fig. 1. SEM images of the cell morphology for the PUF with various densities; (a) 35 kg/m^3 , (b) 93 kg/m^3 , (c) 200 kg/m^3 [19].

그림 2는 일축 압축하중 하에 놓인 PUF의 역학적 거동을 개략적으로 나타내고 있다. 그림에 보인 바와 같이, PUF의 응력-변형률 거동은 크게 세 영역으로 나눌 수 있다. 즉, 선형 탄성을 나타내는 구간 I, 항복 이후 소성이 시작됨에 따라 급격한 응력 저하 현상인 응력 낙하 (stress-drop)를 포함하여, 연화 (softening), 고원 (plateau) 등의 현상이 주로 나타나고 환경에 따라 경화 (Hardening) 현상이 관찰되기도 하는 연화/고원 구간 (구간 II), 그리고 재료의 압착으로 인해 치밀화 (densification)가 나타나는 구간 III로 나눌 수 있다. PUF의 역학적 거동은 밀도, 변형률 속도 등의 변화에 영향을 받으므로 PUF의 밀도 별, 변형률 속도 별 응력-변형률 선도 및 이에 대한 분석을 다음 문단에 나타냈다.

Fig. 2. Schematic of mechanical behavior of PUF under uniaxial compression [20].

그림 3은 세 가지 밀도를 가지는 PUF의 여러 변형률 속도에서의 응력-변형률 거동을 보이고 있다. 그림에 보인 바와 같이, 전술한 세 영역이 일부 또는 전체적으로 나타나는 것을 확인할 수 있다. 실험 결과에 대한 고찰은 아래와 같다.

(1) 그림 3(a)에 나타낸 PUF35의 압축 하중에 대한 응력-변형률 선도를 살펴보면 항복 전까지, 선형 탄성 거동을 관찰할 수 있다. 탄성계수는 다른 PUF에 비하여 비교적 낮지만, 탄성 구간이 변형률이 0.1이 될 때까지 길게

이어진다. 항복 이후 연화/고원 (softening/plateau) 구간에 접어들면 응력 낙하가 관찰되지 않고, 평평한 고원이 지속되는 완전 소성 (perfect plasticity) 현상이 나타난다. PUF의 고체밀도는 1200 kg/m^3 으로 [22], PUF35의 상대 밀도가 약 0.03이라는 점을 비추어 보았을 때 항복 이후 PUF35의 재료 내부가 완전히 변형되어 이 같은 현상이 나타나는 것으로 예상된다. 그림 1(a)를 보면 압축 시험을 하기 전의 PUF35가 주사전자현미경을 이용하여 관찰하는 과정에서 진공 상태에 놓이는데, 이 때 각 셀 안에 주름이 생성된 것을 확인할 수 있다. 작은 압력 변화에도 손상을 받을 정도로 PUF35의 내부가 변형에 취약한 것으로 보인다. 탄성 구간이 길고, 항복 이후 지속적으로 완전 소성이 일어나는 것을 보았을 때, PUF35는 연성 재료의 특성을 가지는 것으로 예상되었다. 또한 PUF35는 변형률이 약 0.6이 넘는 이후에도 치밀화가 일어나지 않았는데, 이는 손상, 즉 변형에 대한 회복에 취약하여 일정 변형 이후에 재료 내부의 셀들이 완전히 붕괴된 것으로 해석할 수 있었다.

(2) PUF93의 응력-변형률 선도는 그림 3(b)에 나타났다. 구간 I에서 선형 탄성을 나타내지만 PUF35에 비하여 탄성계수가 크고, 항복 응력까지의 변형률 구간이 짧아졌다. 즉, PUF35는 변형률이 약 0.1에서 항복이 일어났으나 PUF93의 항복은 변형률이 0.05에서 일어났다. 한편 항복 이후에는 응력 낙하 현상이 나타나며, 그 후 변형률이 커져도 비교적 일정한 응력이 관찰되는 고원 구간을 확인할 수 있었다. PUF93은 변형률이 약 0.4를 지나는 지점에서부터 치밀화가 일어났는데 이는 PUF35의 약 2배 이상 큰 밀도를 가져 손상에 대한 저항 또한 커졌기 때문인 것으로 예상되었다.

(3) PUF200의 응력-변형률 선도를 살펴보면 (그림 3(c)), 구간 I에서 PUF93과 비슷하게 선형 탄성을 나타낸다. 연화/고원 구간인 구간 II에서 항복 이후 응력 낙하 현상이 가장 크게 보이며 평평한 고원이 아닌 연화와 경화가 번갈아 일어나는 복잡한 비선형 소성 흐름이 관찰되었다. 치밀화는 PUF93에서 변형률이 약 0.4일 때부터 시작된 것에 비하여 변형이 더 일어난 후 시작되었다. 이는 PUF200의 압축 하중에 대한 에너지를 더 많이 흡수할 수 있어 내부 셀 구조가 완전히 변형되는데 더 오랜 시간이 걸리는 것을 의미하기도 하였다 [23].

(4) 모든 PUF에서 밀도와 변형률 속도가 증가할수록 항복 응력을 포함한 전체적인 응력 수준이 높게 나타났다. 이는 다공성 성질을 가지는 폼 재료가 압축 하중을 받아 치밀화가 일어나면 셀 내부의 공기를 밖으로 밀어낼 때, 변형률 속도에 영향을 받는 점성력 (viscous force)이 증가하고, 또 이로 인해 재료 자체의 변형률 속도 민감도 (strain

rate sensitivity)가 증가하기 때문이다 [24]. 또한, 밀도가 높을수록 응력 낙하량이 증가하는 것이 확인되었다.

Fig. 3. Density- and strain rate-dependent compressive behavior of PUF on rise-direction (a) PUF35, (b) PUF93 and (c) PUF200.

2.2 탄점소성 구성모델(Elasto-viscoplastic Constitutive Model)

미소변형률 (infinitesimal strain) 이론에서, 전체 변형률 속도는 탄성 영역과 소성 영역의 변형률 속도 합으로 이루어지고 [25], 탄성 변형률 속도($\dot{\epsilon}^e$)와 소성 변형률 속도($\dot{\epsilon}^p$)는 후크의 법칙 (Hook's law)과 Prandtl-Reuss 소성흐름 법칙 (Prandtl-Reuss plastic flow law)에 의하여 다음과 같이 기술될 수 있다 [16].

$$\dot{\sigma}_{ij}^e = D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}^e \quad (1)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda S_{ij}; \lambda \geq 0 \quad (2)$$

여기서, σ_{ij}^e 은 탄성 응력이고, D_{ijkl} 은 탄성 강성도 텐서를 의미하며, G 와 ν 는 각각 전단계수와 포아송비 (Poisson's ratio)를 나타낸다. δ_{ij} 은 크로네커 델타 (Kronecker delta), λ 은 소성승수 (plastic multiplier), 그리고 S_{ij} 는 편차응력을 의미한다.

PUF 등의 폴리머는 항복 이후의 소성 거동에서 경화 및 연화 현상이 동시에 나타나므로 이를 모사하기 위하여 Frank-Brockman [13]의 λ 에 대한 식을 채택하였다.

$$\lambda = \frac{D_0}{\sqrt{J_2}} \left[\frac{3J_2}{(Z' + Z^D)^2} \right]^n \quad (3)$$

이 식에서 D_0 는 전단 변형률 속도의 최댓값을 나타내며 J_2 는 편차응력의 2차 불변량을, n 은 변형률 속도 의존 파라미터를 뜻한다. 정적하중조건에서 D_0 의 값은 일반적으로 $10^4/s$ 를 적용한다 [26,27]. Z' 과 Z^D 은 각각 등방성 경화-연화 변수 (isotropic hardening-softening variable) 및 이동성 경화-연화 변수 (kinematic hardening-softening variable)의 의미를 가진다. 본 연구에서는 수식의 단순화를 위해 Z^D 을 0으로 두고, Z' 를 경화를 나타내는 성분과 연화를 나타내는 성분으로 다음과 같이 나누었다 [13,14].

$$Z' = Z_1 + Z_2 \quad (4)$$

$$\dot{Z}_1 = 2\lambda m \left[\frac{Z_1 - (1-\alpha)Z_{10}}{Z_{10}} \right] J_2 \quad (5)$$

$$\dot{Z}_2 = 2\lambda h \left(1 - \frac{Z_2}{Z_{2s}} \right) J_2 \quad (6)$$

Z_1 은 경화와 관련 되어있는 항으로, 초기 값을 Z_{10} 로 나타냈다. 연화와 관련 있는 Z_2 의 포화값 (saturation value)을 Z_{2s} 로 표시하였다. α 는 경화 파라미터로 변형경화가 재

개되는 것을 조절하는 역할을 하는 항이며, m 과 h 는 각각 경화속도, 연화속도를 나타낸다.

2.3 구성모델의 음해법 기반 유한요소정식화

FBZ 모델을 이용하여 PUF의 재료비선형을 전산적으로 예측하기 위해서는 해당 모델의 유한요소 적용이 필수적이다. 본 연구에서는 음해법 (implicit methods) 기반 수치적 분법의 일종인 ATS법을 통해 FBZ 모델을 정식화 하였고, 이를 ABAQUS 사용자 정의 서브루틴 UMAT으로 구축하였다. UMAT은 각 증분마다 수치적분 점에서의 재료비선형 거동을 정의할 수 있도록 해주며, 수치적분 점에서의 응력이나 변형률 등의 값을 사용자가 직접 활용할 수 있도록 변수로 제공한다. FBZ 모델의 전체 유도식은 본 연구진이 지난 연구에서 기술한 바 있다 [16].

ATS 텐서를 기반으로 증분 변형률 (incremental strain) 과 이에 대응하는 탄성 시도응력 (elastic trial stress) 및 업데이트 되는 응력은 다음과 같이 표현한다.

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{n+1} - \varepsilon_{ij}^n \quad (7)$$

$$\sigma_{ij}^{n+1(trial)} = \sigma_{ij}^n + D_{ijkl}^{Alg} \Delta \varepsilon_{kl}, \quad (8)$$

$$\sigma_{ij}^{n+1} = \sigma_{ij}^{n+1(trial)} - \Delta \lambda D_{ijkl}^{Alg} S_{kl}^{n+1} \quad (9)$$

이때 $\sigma_{ij}^{n+1(trial)}$ 는 탄성 시도 응력, D_{ijkl}^{Alg} 는 ATS 탄성 강성도 텐서를 나타낸다.

또한 소성증수의 증분형태인 $\Delta \lambda$ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$\Delta \lambda = \frac{D_0}{\sqrt{J_2}} \left(\frac{\sqrt{3} J_2}{Z} \right)^{2n} \Delta t. \quad (10)$$

해당 모델의 전체 Implicit backward Euler scheme은 다음과 같다.

$$Z^{n+1} = Z_1^{n+1} + Z_2^{n+1} \quad (11)$$

$$Z_1^{n+1} = Z_1^n + \Delta \lambda m \left[\frac{Z_1 - (1-\alpha)Z_{10}}{Z_{10}} \right] 2J_2 \quad (12)$$

$$Z_2^{n+1} = Z_2^n + \Delta \lambda h \left(1 - \frac{Z_2}{Z_{2s}} \right) 2J_2. \quad (13)$$

3. 재료정수 결정 기법

3.1 재료정수 Z_{10} 및 n

본 연구에서 선택한 재료정수 결정 기법은 Chan 등

[17]에 의해서 개발되었으며 상당히 비선형적으로 거동을 나타내는 폴리머의 재료정수를 찾기 위해 여러 연구에서 채택하여 각 재료에 맞게 발전시켜 온 것이다 [28-30]. 해당 기법은 다양한 변형률 속도에 따른 재료의 응력-변형률 선도의 결과를 이용하여 구성모델 내 재료정수의 최적값을 추적하는 방법이다. 본 연구에서 이용된 재료인 PUF35, PUF93, PUF200의 상부 항복점의 항복응력과 변형률 속도의 관계는 다음 식에 의하여 구해진다.

$$\sigma_0 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2D_0} \dot{\varepsilon}^p \right)^{\frac{1}{2n}} Z_{10} \quad (14)$$

변형률 속도 $\dot{\varepsilon}^p$ 와 그에 대한 항복응력 σ_0 을 여러 개의 값으로 대입하고, 최소자승법으로 식을 풀면 n 과 Z_{10} 의 값을 구할 수 있다. 그림 4에 PUF93의 변형률 속도에 따른 σ_0/Z_{10} 의 변화를 나타냈다. 변형률 속도가 로그 스케일로 증가할 때 항복응력과 관련된 항인 σ_0/Z_{10} 역시 증가하는 것이 관찰되었다. 기울기는 n 과 관련 있고, y 절편은 Z_{10} 과 관련 있으므로 이를 통해 PUF93의 n 과 Z_{10} 을 구하였다. PUF35와 PUF200 또한 변형률 속도가 커짐에 따라 σ_0/Z_{10} 이 선형적으로 증가하는 것이 확인되어 해당 방법을 통하여 n 과 Z_{10} 을 구하였다.

Fig. 4. Yield stress versus strain rate for PUF93, tested in compression and at 23 °C.

3.2 가공경화속도-응력 선도 (Work Hardening Rate versus Stress Curve)

가공경화속도(γ)는 응력을 소성일 (plastic work, W^p)에 대해 미분해서 구하는데, $dW^p = \sigma d\varepsilon^p$ 이므로 [31,32], 다음

과 같이 정리할 수 있다.

$$\gamma = \frac{d\sigma}{dW^p} \quad (15)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\varepsilon^p} \quad (16)$$

그림 3에서 나타낸 PUF의 밀도 별 응력-변형률 그래프의 항복 이후의 선도를 고차함수로 모사하여 8~10차식의 수식을 얻었다. 해당 수식을 통하여 각 응력 (σ)에 대응하는 γ 의 값을 구하였고, γ - σ 곡선을 그림 5에 나타냈다. 그림 5(a)는 PUF35에 대한 결과인데, σ_0 에서의 γ 는 절대 값이 가장 큰 음의 값으로 그래프 안에서 가장 아래쪽에 있는 점이다. 항복 이후 응력 낙하가 다른 PUF에 비하여 미미하게 나타나지만, σ_0 에서부터 응력 낙하 이후 가장 낮은 응력인 하부 항복점의 응력 σ_m 에서까지 음의 기울기를 나타내는 것을 확인할 수 있었다. 이 때 σ_m 에서의 γ 는 0에 가까운 값이었다. 또한 PUF35는 고원부가 나타나는 구간 II에서 변형률이 증가하여도 일정한 응력을 유지하기 때문에 (그림 3(a)) 비슷한 값의 응력을 가지는 점들의 γ 값 또한 0에 가깝게 계산되어 $\gamma=0$ 인 영역 주위에 촘촘히 모여 있는 것이 관찰되었다. 응력의 변화에 따른 γ 의 미미한 차이로 σ_m 주변의 점들은 양의 기울기를 나타냈다. PUF93은 그림 5(b)에 나타난 것처럼 항복응력부터 σ_m 까지 대응되는 γ 값의 기울기가 음 (-)으로 나타나고, 그 이후의 점에서는 양의 기울기를 가졌다. PUF200도 마찬가지로 0에 가까운 σ_m 의 γ 값을 기준으로 각각 음의 기울기와 양의 기울기가 나타났지만 PUF93의 형태와 차이를 보였다. γ 이 양의 값으로 증가할 때, 선형이 아닌 파동 (wave)형 곡선을 나타내는 것으로 관찰되었다. 이는 PUF200이 항복 이후 연화/고원 구간에서 다른 밀도의 PUF에 비하여 눈에 띄게 경화현상이 일어나기 때문인 것으로 분석되었다. Zairi 등은 γ - σ 그래프에서 최소 응력 (σ_m), 즉 하부 항복 값과 주위 점들의 양의 접선 기울기를 C_1 이라고 명명했고, σ_0 , 즉 상부 항복에서 하부 항복까지의 음의 기울기를 C_2 라고 명명했다. 따라서 본 연구에서도 같은 이름을 이용하였다. 한편 γ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다 [10,18].

$$\gamma = \frac{d\sigma}{dW^p} = \frac{\sigma_0}{Z_{10}} \left[m \left(\frac{Z_1}{Z_{10}} - 1 + \alpha \right) + h \left(1 - \frac{Z_2}{Z_{2s}} \right) \right] \quad (17)$$

초기 점소성 흐름에서 Z_1 은 초기값 Z_{10} 과 같다고 둬으로써 위의 식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\gamma = \frac{\sigma_0}{Z_{10}} \left[m\alpha + h \left(1 + \frac{Z_{10}}{Z_{2s}} \right) \right] - \frac{h}{Z_{2s}} \sigma \quad (18)$$

위의 식에서 응력의 계수인 $-h/Z_{2s}$ 은 γ - σ 관계에서 기울기를 나타내고, 따라서 음의 기울기인 $C_2 = -h/Z_{2s}$ 가 성립한다. 이는 상부 항복에서 하부 항복까지의 γ 의 값들에 대한 기울기이다.

한편, 연화의 끝부분, 즉 하부 항복 직후에는 Z_2 가 Z_{2s} 의 값을 가지므로 위의 식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\gamma = -\frac{\sigma_0}{Z_{10}} m \left(\frac{Z_{2s}}{Z_{10}} + 1 - \alpha \right) + \frac{m}{Z_{10}} \sigma \quad (19)$$

이렇게 정리된 식은 항복 이후 최소 응력 값을 가지는 하부 항복 이후에 γ 의 변화가 선형적이며 m/Z_{10} 을 기울기로 가지는 것을 알 수 있다. 위의 식들을 통하여 7개의 재료정수 중 나머지 m , α , h 및 Z_{2s} 네 가지 재료정수를 구할 수 있다. 각 재료정수의 정의는 2.2절에서 정의되었다. γ - σ 그래프에서 C_1 에 대하여 적절한 값을 가지는 직선의 y 절편을 γ_1 이라고 정의하여 그 값을 구하고, C_2 를 구하였다. C_1 과 γ_1 은 네 재료정수 모두에 영향을 미치고, C_2 는 m 을 제외한 α , h , Z_{2s} 에 영향을 미치는 것이 확인되었다. C_2 의 변화는 Z_{2s} 에 굉장히 약한 영향을 미치고, 이에 따라 h 의 변화율 또한 크지 않아 주로 α 값의 조절하기 위해 변화되었다. Z_{10} 은 m , h , Z_{2s} 에 영향을 미친다. 이 네 재료정수는 서로 유기적인 관계로, 위에 기술된 식에 C_1 , γ_1 , C_2 를 대입하면 재료정수 세트를 한번에 얻을 수 있다.

한편 Zairi 등이 보고한 연구 내용에 따르면 복합재료와 고분자의 γ - σ 선도에서 C_1 은 σ_m 근처의 점들에서의 양의 기울기로 설명되었다. 그러나 본 연구에서 이용된 PUF의 γ - σ 선도가 이전 연구의 것들과 조금 다르게 나타났으므로 σ_m 과 먼 지점의 주변에서의 기울기가 σ_m 의 주변부의 기울기보다 적절한 C_1 의 값을 제시하기도 하였다. 그림 5의 각각의 그림에 양의 기울기를 나타내는 직선의 기울기가 C_1 이고, y절편이 γ_1 이다. 가장 왼쪽에 위치하는 σ_m 에서 조금 먼 곳에 C_1 이 위치하는 결과가 종종 확인되었다. 이전 연구에서 보고된 γ - σ 선도과 상대적으로 비슷한 형태를 갖춘 그림 5(b)의 PUF93의 경우에도 σ_m 에서 훨씬 떨어진, 치밀화가 일어나는 영역에서의 기울기가 C_1 으로 가장 적합한 것으로 분석되었다. 그림 5(a)에 표시된 PUF35역시 많은 점이 비슷한 값을 가지므로 그림상으로는 구분이 어려우나 σ_m 에서 떨어진, 즉 연화/고원 구간의 끝 부분에서 적합한 C_1 의 값을 얻었다. 그림 5(c)에 표시된 PUF200에 대해서도 연화/고원 구간과 치밀화 구간 사이의 응력 분포와 C_1 이 밀접한 관계를 나타냈다. C_2 역시 이전 연구에 보고된 바와 다르게 상부 항복점인 σ_0 을 지나는 음의 기울기보다 더 왼쪽으로 이동된, 즉, 응력 낙하 사이의 응력을 지나는 기울기를 이용해야 적절한 값을 얻을 수 있었다.

Fig. 5. Work hardening rate-stress curve; (a) PUF35, (b) PUF93, (c) PUF200.

이는 다공성 특성을 가지는 PUF 등의 재료에 대해서 응력-변형률 곡선의 두번째 영역인 연화/고원 구간, 즉 소성이 시작되는 영역을 좀 더 세부적인 분석을 통한 재료정수 결정기법에 보완이 필요한 것으로 보였다. 더 나아가 PUF35와 같이 항복 이후 완전 소성이 일어나 γ - σ 선도를 통하여 C_1 의 값을 찾기 힘든 경우, C_1 과 관련된 재료정수인 m , α , h 및 Z_0 를 결정할 때 보다 타당성 있는 접근법 탐색할 필요가 있어 보였다.

4. PUF 일축 압축시험의 시뮬레이션

이전 연구에서 하나의 재료는 변형률 속도 등의 압축 시험 조건이 달라져도 하나의 재료정수를 이용하여 여러 응력-변형률 곡선을 모사하였다. 즉, 재료정수는 변형률 속도 등이 변하여도 하나의 값을 이용하였다. Zairi 등은 변형률 속도에 따라 구해진 재료정수의 평균값을 도출했고 [10], Pyrz 등은 변형률 속도마다 얻은 재료정수를 점진적 방법을 통하여 하나의 값을 도출했다 [18]. 그런데 본 연구의 결과, 재료정수의 값을 고정한 상태에서 변형률 속도에 따라 변화되는 PUF 응력-변형률 곡선을 변형률 속도 변화에 따라 각각 모사하는 것에 한계가 있었다. 그러므로 재료정수 이외에 변화시킬 수 있는 변수를 탐색하는 것이 불가피하였다. 한편 재료정수 m , α , h 및 Z_0 는 변형률 속도의 함수로 표현되는, 변형률 속도에 의존하는 값이다.

따라서 본 연구에서는 두가지 방법으로 시뮬레이션이 수행되었다. 먼저 이전 연구의 실험 대상이었던 복합재료와 응력-변형률 선도가 가장 비슷하게 나타나는 PUF93의 압축 시험 결과에 대하여, 앞 장에서 제안한 재료정수 결정기법으로 얻은 재료정수 세트에 해석시간과 증분비를 각각의 변형률 속도에 맞추어 적용하였다. 그림 6(a)는 재료정수세트를 변형률 속도가 0.28/s 일 때의 것을 이용하여 해석시간과 증분비를 변형률 속도에 따라 바꿔 네 개의 변형률속도에 따른 PUF93의 응력-변형률 선도를 시뮬레이션한 결과이다. PUF93의 변형률 속도 0.28/s의 재료정수 세트의 적용 결과 변형률 속도가 0.28/s, 0.18/s의 조건에서는 응력-변형률 선도에 대하여 대부분의 영역에서 정확도 높은 시뮬레이션 결과를 확인할 수 있었으나 변형률 속도가 낮아질수록 치밀화 구간에서의 시뮬레이션이 정확한 결과를 나타내지 못하였다. 다른 재료정수 세트를 이용할 때도 모든 변형률 속도에 대하여 정교한 시뮬레이션 결과를 얻기 힘들었다. 하나의 재료정수 세트를 이용하여 다양한 변형률 속도에서의 PUF의 재료 거동을 재현하는 것에 한계가 있었다.

Fig. 6. Results of Finite element analysis based on the FBZ model for PUF93; (a) using material parameters at 0.28/s with controlling time period and increment sizes (b) using material parameters with strain rate respectively.

이를 보완하기 위하여 선택한 방법은 변형률 속도에 따라 다른 재료정수 세트를 적용하여 시뮬레이션을 수행하는 것이었다. 그림 6(b)에는 변형률 속도 별 가장 적합한 재료정수 세트를 적용하여 모사한 결과 나타냈다. PUF93의 전반적인 응력-변형률 선도를 잘 모사했다고 할 수 있다. 그림 6(b) 역시 높은 변형률 속도에서는 비교적 모든 영역에서 시뮬레이션의 정확도가 높았으나, 변형률 속도가 낮아질수록 연화/고원 구간에서 실험값과 시뮬레이션 값에 차이를 보였다. 이는 현재 적용된 FBZ 모델이 항복이후의 복합재료의 변형 모형을 제한적으로 표현하기 때문인 것으로 보인다. 그러므로 PUF의 압축 거동을 정확하게 해석하기 위해서는 PUF 특성을 잘 나타내는 재료정수 추가 등의 방법을 통하여 FBZ 모델을 보완해야 할 필요가 있어 보였다.

Fig. 7. Results of Finite element analysis based on the FBZ model using material parameters with strain rate respectively; (a) PUF35, (b) PUF200.

그림 7에는 PUF35와 PUF200에 대하여 재료정수를 각 변형률 속도에 따라 다르게 적용하여 시뮬레이션을 수행한 결과를 나타냈다. PUF35는 항복 이후 같은 응력값을 나타내어 비교적 정확한 시뮬레이션 결과를 쉽게 얻을 수 있었으나 (그림 7(a)), PUF200의 경우 연화/고원 구간에 대한 모사가 정확하게 이루어지지 못했다(그림 7(b)). PUF는 밀도가 높아질수록 연화 현상과 경화 현상이 번갈아 나타나는데 FBZ model을 적용하면 이 부분을 연속적으로 모사하는데 한계가 있었다. FBZ 모델은 항복응력 등과 관련된 경화항 Z_1 과 항복 이후 응력 낙하 최소 응력과 관련된 연화항 Z_2 를 이용하여 응력-변형률 선도를 모사한다. 연화/고원 구간 내에서의 소성 거동을 다양하게 모사하는데 한계가 있다.

따라서 PUF의 압축 하중 하의 재료 거동을 현상학적인

로 분석하는 방법의 정확성을 높이기 위해서는 응력-변형률 곡선의 영역의 세분화 및 각 영역에서 발생할 수 있는 현상을 더 구체적으로 나타낼 수 있는 항을 대입한 구성모델이 개발되어야 할 것으로 보인다.

5. 결 론

본 연구에서는 탄점소성 구성모델인 FBZ 모델을 적용하여 PUF의 밀도 별, 변형률 속도 별 압축거동을 현상학적인 관점에서 모사하였고, 해당 구성모델 내의 7개의 재료정수를 추적하는 방법을 자세히 분석하였다. 본 연구의 주요 결론과 향후 연구 내용을 요약하면 아래와 같다.

(1) PUF의 압축 하중 하의 재료 거동이 밀도와 변형률 속도의 변화에 영향을 받는 것으로 나타났다. 따라서 PUF의 밀도의 변화와 변형률 속도의 변화를 설명하는 재료정수를 통하여 PUF의 기계적 거동을 정밀하게 모사할 수 있을 것으로 보인다.

(2) 본 연구에서는 하나의 재료정수 세트를 이용하여 여러 변형률 속도에 따른 응력-변형률 선도를 모두 모사하기 위하여 해석시간과 증분비를 조절하는 방법과, 변형률 속도마다 재료정수 세트를 각각 적용하는 방법을 각각 이용하여 PUF의 압축 거동 시뮬레이션 결과를 나타냈다. 이를 위하여 먼저 특정 변형률 속도에서의 재료정수를 찾는 기법을 제안하였다. 밀도에 따른 각 PUF의 가공경화속도와 응력의 관계를 도식화하고, 재료정수의 해를 구하는 식을 도입하여 PUF의 밀도 별, 변형률 속도 별 재료정수를 구하였다. 이를 대입하여 최종적으로 PUF의 압축 하중에서의 재료 거동을 모사하는 유한요소해석을 실시하였다.

(3) FBZ 모델이 PUF의 재료비선형 거동을 전반적으로 잘 나타내는 것을 확인할 수 있었다. 그러나 해당 모델은 PUF의 항복 이후의 연화/고원 구간에서 나타나는 다양한 변형 중 연화 및 고원 등의 제한적인 현상만을 정확하게 모사하는 것을 관찰할 수 있었다. PUF200에서 뚜렷하게 나타난 항복 이후의 경화 현상을 재현하지 못한 부분에 대해 더 정교하게 모사할 수 있도록 구성모델에 경화 및 연화를 설명하는 재료정수를 추가하는 등 FBZ 모델을 더욱 발전시켜야 할 것으로 보였다.

(4) 추후 연구에서는 PUF의 응력-변형률 선도의 구간에 따라 적용되는 구성모델에 구분을 두어 다양한 폴리머의 압축 시험의 결과를 좀 더 정확하게 해석할 수 있도록 할 계획이다.

ACKNOWLEDGEMENT

이 성과는 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. NRF-2018R1C1B6008922). 본 연구는 2020년도 부산대학교병원 임상연구비 지원으로 이루어졌음. 본 연구는 중소벤처기업부와 한국산업기술진흥원의 지역특화(주력)산업육성사업으로 수행된 결과임 (No. P0005070).

REFERENCES

1. M. Modesti, A. Lorenzetti, and S. Besco, *Polymer Eng. Sci.* **47**, 1351 (2007).
2. C. S. Lee, M. S. Kim, S. B. Park, J. H. Kim, C. S. Bang, and J. M. Lee, *Mater. Des.* **84**, 163 (2015).
3. S. A. Guelcher, V. Patel, K. M. Gallagher, S. Connolly, J. E. Didier, J. S. Doctor, and J. O. Hollinger, *Tissue Eng.* **12**, 1247 (2006).
4. R. N. Haward and G. Thackray, *Mater. Sci.* **302**, 453 (1968).
5. M. C. Boyce, D. M. Parks, and A. S. Argon, *Mech. Mater.* **7**, 15 (1988).
6. P. Perzyna, *Adv. Appl. Mech.* **9**, 243 (1966).
7. K. Ho and E. Krempl, *Int. J. Plast.* **18** 852 (2002).
8. S. Li and G. Wang, *Introduction to Micromechanics and Nanomechanics*, 2nd ed., pp. 1-4, World Scientific Pub. Co., Singapore, (2018)
9. E. Krempl, J. J. McMahon, and D. Yao, *Mech. Mater.* **5**, 35 (1984).
10. F. Zaïri, M. Naït-Abdelaziz, K. Woznica, and J. M. Gloaguen, *J. Eng. Mater. Technol.* **129**, 29 (2007).
11. S. Bodner and Y. Partom, *J. Appl. Mech.* **42**, 385 (1975).
12. G. J. Frank and R. A. Brockman, *Int. J. Solids Struct.* **38**, 5149 (2001).
13. F. Zaïri, M. Naït-Abdelaziz, K. Woznica, and J. M. Gloaguen, *Eur. J. Mech. A-Solids* **24**, 169 (2005).
14. F. Zaïri, M. Naït-Abdelaziz, J. M. Gloaguen, and J. M. Lefebvre, *Int. J. Plast.* **24**, 945 (2008).
15. C. S. Lee and J. M. Lee, *Compos. Struct.* **107**, 231 (2014).
16. T. R. Kim, J. K. Shin, T. S. Goh, H. S. Kim, J. S. Lee, and C. S. Lee, *Compos. Struct.* **180**, 686 (2017).
17. K. S. Chan, S. R. Bodner, and U. S. Lindholm, *J. Eng. Mater. Technol.* **110**, 1 (1988).
18. M. Pyrz and F. Zaïri, *Model. Simul. Mater. Sci. Eng.* **15**, 85 (2007).

19. L. Marsavina and M. Constantinescu, *Failure and Damage Analysis of Advanced Materials*, pp. 119-190, Springer, Vienna (2015).
20. J. H. Lee, D. M. Ryu, and C. S. Lee, *Int. J. Plasticity*, **102**, 712 (2020).
21. S. B. Park, C. S. Lee, S. W. Choi, J. H. Kim, C. S. Bang, and J. M. Lee, *Compos. Struct.*, **136**, 28 (2016).
22. L. J. Gibson and M.F. Ashby, *Cellular Solids: Structure and Properties*, 2nd ed., pp.345-352, Cambridge University Press, Cambridge (1997).
23. E. S. Lee, T. S. Goh and C. S. Lee, *Korean. J. Mater. Res.*, **27**, 688 (2017).
24. S. Ouellet, D. Cronin, and M. Worswick, *POLYM. TEST.*, **25**, 731 (2006).
25. J. Lubliner, *Plastic theory*, p.61, Dover Publication, New York (2008).
26. S. R. Bodner and D. C. Stouffer, *Int. J. Eng. Sci.*, **21**, 211 (1983).
27. S. R. Bodner, *Unified plasticity for engineering applications*, pp.14-15, Springer, New York (2002).
28. M. Rowley and E. A. Thornton, *J. Eng. Mater. Technol.*, **118**, 19 (1996).
29. K. Woznica and P. Klosowski, *Arch. Appl. Mech.*, **70**, 561 (2000).
30. K. Woznica, O. Penetier, and J. Renard, *J. Eng. Mater. Technol.*, **123**, 203 (2001).
31. V. A. Moskalenko, A. R. Smirnov, V. N. Kovaleva, and V. D. Natsik, *Low. Temp. Phys.*, **28**, 1310 (2002).
32. H. J. Yang, X. H. An, X. H. Shao, X. M. yang, S. X. Li, S. D. Wu, and Z. F. Zhang, *Mater. Sci. Eng. A*, **528**, 4300 (2011).